

UTILICEMOS LA ESCALA MUSICAL

Depósito Legal: GR-1740/2000 ISSN 1577-2365

AUTORES: Erik Stengler Larrea.

PAÍS: España

EMAIL: eriks@wanadoo.es

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: Museo de la Ciencia y el Cosmos, Tenerife

RESUMEN:

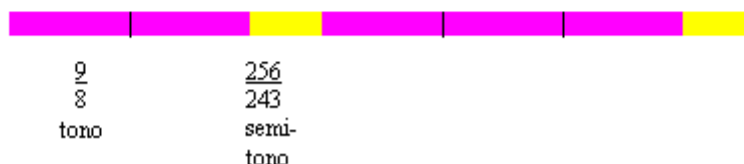
2ª parte de la formación de la escala musical desde el punto de vista de la Teoría Física de la Música.

Tenemos pues, no una, sino dos escalas musicales formadas por intervalos que podríamos calificar como "naturales" o "físicos". Recordémoslos:

La escala de Aristógenes:



Y la escala de Pitágoras:



A la hora de tocar un instrumento, ¿cuál utilizaremos? La pregunta es obvia, y la respuesta, inesperada: las dos, y otra más. Pero vayamos por partes. Lo lógico es preguntarse por las ventajas e inconvenientes de cada una de las que conocemos.

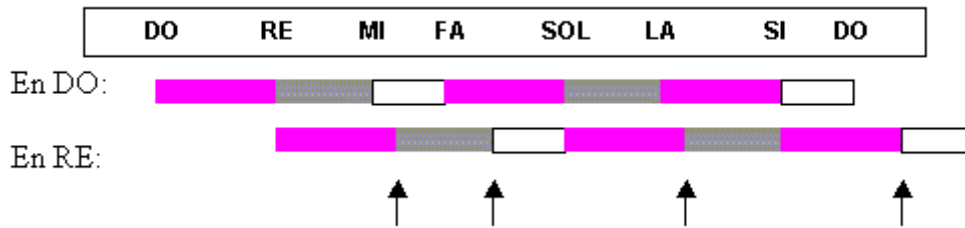
Para ello consideremos primero una situación propia de la aplicación práctica de la escala musical: la **modulación**.

La modulación consiste en utilizar, dentro de una pieza musical, distintos sonidos como nota base, es decir como la primera a partir de la cual se aplica la escala.

Recuérdese que así como hemos utilizado en la explicación de cómo se construye la escala musical el DO como "nota base", realmente podríamos haber empezado por cualquier otra: como los intervalos entre notas son realmente *cocientes* de frecuencias, no hay ningún problema para ello.

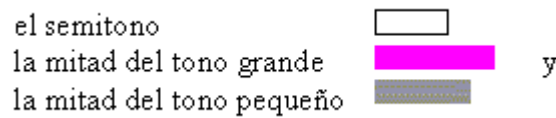
Pues bien, si en una pieza musical se cambia la modulación, surge el principal problema que plantean, en diferente medida, las dos escalas arriba mencionadas.

Veamos gráficamente el ejemplo de pasar de una modulación sobre DO a otra sobre RE, con la escala de Aristógenes:

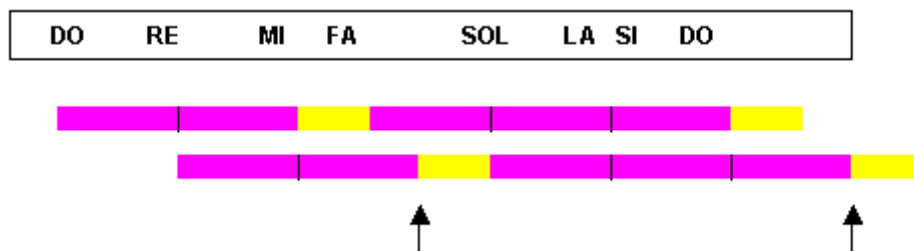


El problema es patente: las notas MI, FA#, LA y DO# no son las mismas en una y otra modulaciones. Para utilizar las dos modulaciones en una sola pieza, hay que introducir, pues, cuatro sonidos nuevos, en un teclado, cuatro teclas nuevas.

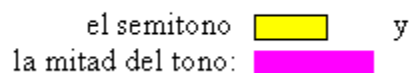
El motivo de este "desfase" es la existencia simultánea de tres tipos de semitono: la mitad del tono grande, la mitad del tono pequeño y el semitono como tal. (Nos interesa considerar los tipos de semitono más que los de tono puesto que, como dijimos, el semitono es el intervalo mínimo distinguible por el oído humano.) En estos términos, y resumiendo así el problema, diremos que **entre los 12 semitonos que constituyen la escala de Aristógenes hay tres tipos de semitono diferentes.**



Podría parecer que la escala de Pitágoras, con su regularidad, no presenta este problema, pero fijándonos bien veremos que de hecho contiene dos tipos de semitono: el semitono y la mitad del tono. El problema de la modulación es de menor magnitud, pero también se da:



Así pues, vemos que vuelve a darse la situación de "desfase", cuya causa es ahora que **entre los 12 semitonos que constituyen la escala de Pitágoras hay dos tipos de semitono diferentes:**



Realmente, el problema se plantea para instrumentos de entonación fija, como el piano, en el que a cada tecla le corresponde una nota, o la guitarra, en la que, una vez afinada, a cada traste le corresponde un tono. Para cambiar la modulación con la escala de Arsitógenes habría que introducir teclas o trastes intermedios. En cuanto se introdujeran más cambios en modulación la cantidad de teclas se haría totalmente impracticable: de hecho, se llegaría hasta ¡72 teclas entre un DO y el siguiente!

En instrumentos como el violín, o en el canto, que son casos de entonación libre, una persona con muy buen oído (que es lo que se espera que tengan los músicos) puede reproducir las notas intermedias correctamente para cada modulación, con lo que ya tenemos una respuesta parcial a la pregunta que planteamos aquí: en casos en que existe la posibilidad de la entonación libre vale, en principio, cualquiera de las dos escalas, aunque la de Pitágoras exige una menor proliferación de sonidos para poder compaginar diferentes modulaciones en una sola pieza.

¿Y qué hacemos con los instrumentos de entonación fija? El modo en que hemos planteado la causa del "desfase" invita a plantear ya la solución más obvia: **hay que buscar una escala con un sólo tipo de semitono.**

Con los conocimientos de hoy en día la tarea es sumamente fácil: cogemos la octava, la dividimos en 12 segmentos, y a cada uno lo llamamos **semitono**, siendo dos semitonos equivalentes a un tono:



A esta escala se la llama escala temperada de modo *igual*. Sencillo, ¿verdad? Pues así de fácil es obtener una escala temperada. Pero históricamente los músicos han utilizado otras maneras de obtener escalas temperadas que hoy podrían parecer algo enrevesados, pero hay que tener en cuenta que ellos no conocían el tratamiento matemático-físico que subyace a esta explicación. Más abajo veremos los planteamientos históricos más relevantes, pero antes completemos la representación gráfica con una tabla que pone de manifiesto qué significa, en términos de intervalos y frecuencias, el diagrama que acabamos de mostrar.

La idea es que, como sabemos, a cada intervalo le corresponde una *relación* con la nota anterior y que esta relación consiste, no en sumar una frecuencia, sino en *multiplicar* el valor de la nota anterior. Así, para obtener la escala temperada hay que conseguir un intervalo que aplicado 12 veces seguidas a partir de un valor (una cifra que multiplicada 12 veces a un valor inicial), dé el doble de éste, es decir, una octava:

ESCALA TEMPERADA			ARISTÓGENES		
DO	1	} x 1.4983 (quinta temperada)		} x 3/2 (quinta justa)	
	x 1.05946				
RE	x 1.05946		x 1.224		x 1.125
	x 1.05946				
MI	x 1.05946		x 1.224		x 1.111
FA	x 1.05946				x 1.066
	x 1.05946				
SOL	x 1.05946		x 1.224		x 1.125
	x 1.05946				
LA	x 1.05946		x 1.224		x 1.111
	x 1.05946				
SI	x 1.05946		x 1.224		x 1.125
DO	x 1.05946	x 2 (octava)	x 1.066		

Obsérvese, pues, que utilizando 12 semitonos iguales, y manteniendo fija la condición de que una octava ha de equivaler a multiplicar por dos, hemos tenido que abandonar la quinta justa, de valor $3/2 = 1.5$, y sustituirla por la quinta temperada de valor 1.4983. Los demás intervalos ("justos", "grandes", "mayores", "pequeños" o "menores") también desaparecen en favor de intervalos "temperados", formados todos por dos, tres, cuatro... semitonos de 1.05946.

$$\sqrt[12]{2} = 1.05946$$

Pero, como decíamos, los músicos no disponían de esas herramientas matemáticas ni de calculadoras para realizar estas operaciones.

Es probablemente por eso que, antes de llegar a este temperamento tan sencillo y, desde luego, matemáticamente lógico, hubo diversos intentos de solucionar el problema. Veamos algunos:

El temperamento desigual. Algunos autores incluso ponen en tela de juicio que se trate de un temperamento. Se basa en el conocimiento intuitivo que se tenía de que la quinta justa era demasiado "grande" para dar una escala temperada. Había, pues que reducirla.

El método elegido se basaba en forzar que la nueva quinta (*quinta temperada*) sea tal que la sucesión de cuatro de ellas a partir de una nota, dé una frecuencia 5 veces mayor que la de partida.

Si comenzamos, pues, con un DO, ¿qué nota corresponde a una frecuencia 5 veces mayor? Una octava es el doble, dos octavas el cuádruple. Si multiplicamos además por 5/4, obtenemos el quintuple que buscamos. Si nos hemos fijado bien, hemos recorrido dos octavas y una tercera mayor, para llegar a un MI. Si queremos forzar, como decíamos, que en ese espacio quepan exactamente cuatro quintas temperadas por este método, éstas tendrán que medir $\sqrt[4]{5} = 1.49535$ [aclaración: *el cinco aparece dentro de la raíz por lo de ser el quintuple, no porque se trate de "quintas"*], algo menos, pues, que la quinta justa, que mide exactamente 1.5 (nótese que la sucesión de cuatro quintas justas daba $(3/2)^4 = 5.0625$).

El problema de este método surge al considerar un rango de notas determinado, pongamos como ejemplo 7 octavas (las que tiene un piano). En este caso la última



nota tiene una frecuencia 128 veces mayor que la primera. Este intervalo debería equivaler, en una escala temperada satisfactoriamente (como ocurre en el temperamento *igual*) a doce quintas. Pero con este temperamento se acumula un error y doce quintas se quedan claramente muy cortas (dan un intervalo de 93.4489 con respecto a la nota de partida) . Para compensar y que 12 quintas equivalgan exactamente a 7 octavas se introduce en la sucesión de quintas temperadas una quinta *desigual* a las demás, lo cual da nombre al método. Calculemos su valor:

$$11 \text{ quintas temperadas dan } (1.49535)^{11} = 83.5935$$

$$\text{para llegar a 128, la quinta } \textit{desigual} \text{ necesita ser de } 128 / 83.5935 = 1.5312$$

Esa quinta *desigual* se llamaba "quinta del lobo", dado que el error acumulado que pretende corregir es considerable y los organistas comparaban su desafinación con un aullido. En la afinación de un piano por este método se procuraba que la quinta del lobo quedara en una zona poco utilizada del teclado, pero aún así no había manera de evitar que tarde o temprano se escuchara ese aullido...

En paralelo a esta solución, surgieron también intentos de paliar el problema de la modulación, en el cual, recordémoslo, está el origen de la necesidad de buscar una escala temperada. Así, para añadir alguna posibilidad de modulación, se construyeron instrumentos que contaban con una tecla adicional, por ejemplo el caso en que se diferenciaba entre el RE# y el Mi \flat . De todos modos, recordemos que para incluir todas las posibilidades de modulación, se necesitarían 72 teclas por octava, con lo que queda patente que añadir una o dos notas intermedias es una solución poco eficaz.

Fue alrededor de 1700 cuando se comenzó a afinar claves y pianos con la escala temperada de modo igual. El físico alemán Chladni, que por cierto fue también uno de los primeros en sugerir el origen extraterrestre de los meteoritos, de los que tenía una amplia colección, desarrollaría en la segunda mitad del siglo XVIII la consideración matemática que lleva a esta escala temperada, pero anteriormente ya hubo músicos que, empíricamente, habían utilizado un temperamento igual. Concretamente, fueron los vihuelistas españoles quienes la introdujeron en su

práctica, y Bartolomé Ramos de Pareja, profesor de música en la Universidad de Salamanca quien la sistematizó en 1482, en la única obra suya que se conserva, la *Musica practica*. Y resulta que, entre los músicos actuales, se conoce a la escala temperada de modo *igual* por la obra musical "Clave bien temperado" de J. S. Bach, quien con esta pieza musical consagró el uso de esta escala temperada, mostrando que con ella se pueden utilizar todas las posibles modulaciones en una sola partitura.

Pero la historia no acaba aquí. Los matemáticos nunca cesan en sus esfuerzos de refinar sus métodos y, en el caso de la escala musical, el hecho de abandonar intervalos que surgen "naturalmente", como los intervalos "justos", "grandes", "mayores" o "pequeños", no les dejaba del todo satisfechos. Así pues, el matemático Gerardo Mercator intervino en el siglo XVI proponiendo una escala con 53 teclas por octava, que permite la presencia de quintas y terceras mayores casi perfectas. "Casi", porque, como decíamos, los intervalos perfectos solo se preservarían con 72 teclas. Pero sólo se sabe de dos órganos que se construyeron con la escala de Mercator, en el siglo XIX. Y no tuvieron éxito, debido a la dificultad de tocarlos.