El triángulo: matemáticas y tecnología

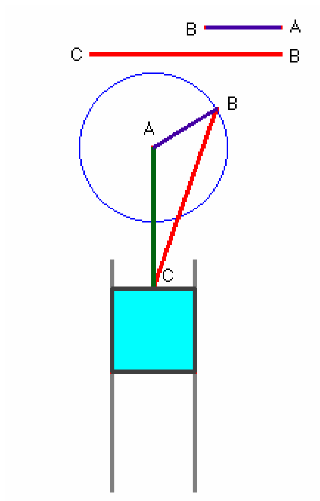
José Antonio Mora Sánchez. Profesor de Secundaria

El estudio de las aplicaciones de la geometría a la tecnología es un campo poco aprovechado por los profesores de matemáticas. Hasta la aparición del libro Matemáquinas de B. Bolt (1992) no había muchos ejemplos de esta conexión, a excepción de los libros editados para estudiantes de ingeniería, cuyos objetivos distan mucho de lo que busca el profesor de matemáticas de secundaria.

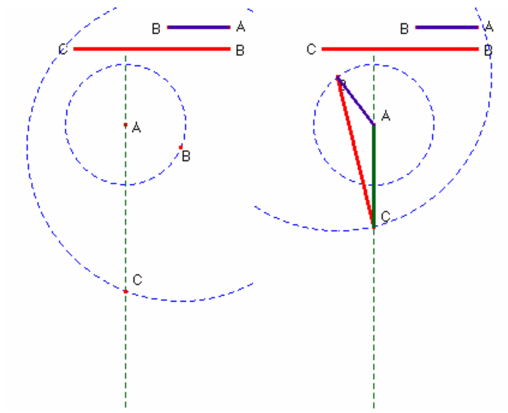
Las posibilidades gráficas de Cabri II convierten a al programa en una herramienta muy interesante para este tipo de estudios, entre ellas podemos destacar la facilidad para realizar animaciones de las construcciones realizadas con el propósito de analizar las relaciones entre las figuras geométricas implicadas en el diseño.

Como muestra he elegido el triángulo que tiene dos lados de longitud fija y el otro de longitud variable aunque sujeto a ciertas condiciones.

Nos fijaremos en el funcionamiento del sistema biela-manivela en la que un punto B gira alrededor de A y la biela BC tiene el extremo C sobre una recta que pasa por A. De esta forma se transfiere el movimiento circular a un émbolo que se mueve por el interior de un cilindro.

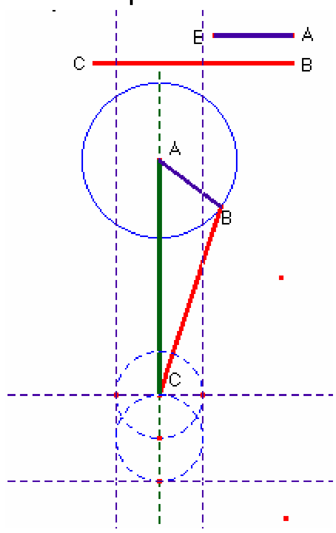


La construcción en Cabri II se inicia con los dos segmentos de longitud fija: AB y BC. Los dibujamos en la parte superior de la pantalla para poder realizar después modificaciones desde el exterior de la figura. Marcamos un punto A y otro B que ha de estar a una distancia –determinada por el segmento AB-, de A, por lo que dibujamos un compás con centro en A y radio AB y colocamos B sobre la circunferencia. Necesitamos una recta que pase por A que servirá de guía al segundo extremo de la biela.

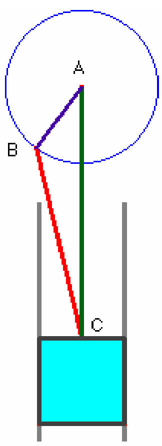


El compás alrededor de B y con radio BC nos da dos puntos de corte con esa recta, uno de ellos será C. Ahora podemos dibujar el triángulo. Para dotar de movimiento al sistema, tenemos que actuar sobre el punto B.

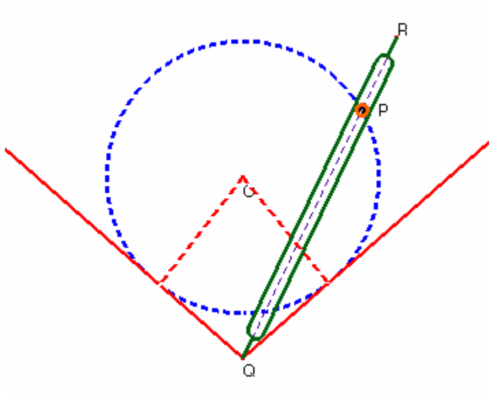
El émbolo que se mueve dentro del cilindro puede ser considerado en dos dimensiones como un rectángulo que se desplaza solidariamente con el punto C dentro de otro rectángulo – el cilindro -, que tiene dos lados paralelos a AC.



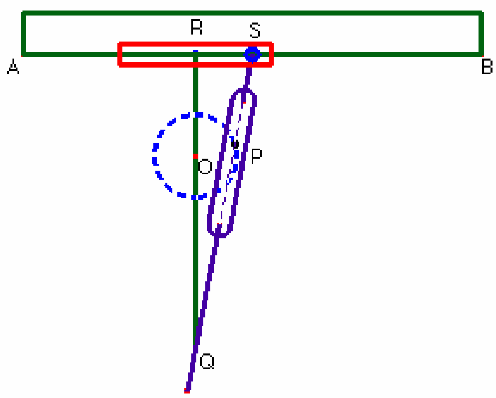
Ocultamos las líneas accesorias hasta construir el émbolo y las paredes del cilindro. Para realizar la presentación, Cabri II permite la utilización de colores, rellenar regiones, varios grosores de trazo, líneas de puntos, etc.



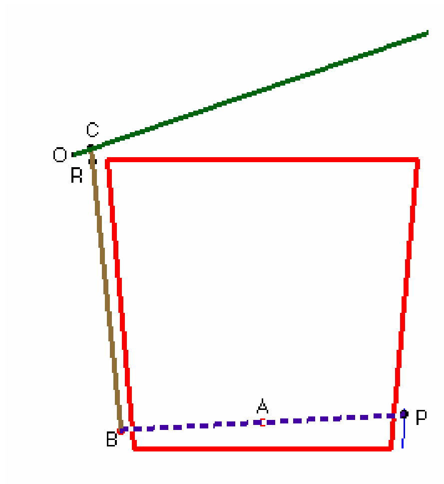
Tenemos una construcción parecida con ciertas variantes en el mecanismo de brazo oscilatorio. Se utiliza cuando se desea un movimiento de alimentación lenta y retroceso rápido. Ahora el punto C es fijo mientras el punto B gira alrededor de A con velocidad constante, La barra BC tiene una ranura en la que está alojado B para que el segmento adquiere un movimiento de vaivén de forma que tarda mucho más en ir de derecha a izquierda que al revés.



En la limadora se introduce una pequeña variación: el punto B gira alrededor de A con velocidad constante y C es un punto fijo, esto hace que el extremo superior del segmento, que pasa por B y por C, se desplace sobre una guía perpendicular a AC en un movimiento de vaivén horizontal.



A veces el triángulo se encuentra oculto dentro del armazón del objeto que intentamos estudiar, como ocurre con el mecanismo de apertura de la tapadera del cubo de basura. El diseño se ha realizado tomando como base el triángulo ABC con un lado AC de longitud variable. El pedal se baja en P, que se mueve sobre un pequeño arco que balancea una barra con punto fijo en A para que B suba y eleve consigo una barra que es obligada a pasar por el punto R. En C contacta con la tapa del cubo que gira alrededor del punto fijo O y la levanta.



Volvemos al diseño de la máquina de vapor para replantear conceptos matemáticos como la medida de ángulos y las funciones trigonométricas. Con un punto que gira alrededor de una circunferencia de radio unidad es sencillo dibujar la función seno como la medida de la distancia del punto al eje de abscisas.

Podemos utilizar el sistema biela-manivela de la construcción del motor de explosión con Cabri II para estudiar la altura que alcanza el émbolo en el cilindro y construir la gráfica que determina la posición de este punto cuando da una vuelta completa. Es interesante comparar esta gráfica con la función seno, veremos que hay pequeñas diferencias, algunas de ellas vienen marcadas por lo visto en el mecanismo de brazo oscilatorio: por la construcción realizada, tarda más en ir de izquierda a derecha que al revés, lo que hace que la gráfica del cilindro –en azul- esté por encima de la del seno excepto en dos puntos: $\pi/2$ y $3\pi/2$ en los que ambas coinciden.