Inferencia y significación estadística

Juan Antonio García Cruz*

La estadística y la probabilidad han tenido, durante mucho tiempo, una historia educativa por separado. El currículo de Bachillerato de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales contempla como contenido básico el test de hipótesis. Tal contenido no aparece, de forma explícita, en el nuevo programa reformado.

La inferencia estadística, estimación y toma de decisiones es uno de los temas de matemáticas en el que los alumnos pueden trabajar dos tipos de conocimiento, probabilidad y estadística, de forma entrelazada. Sin embargo, si se echa un vistazo a los libros de texto se observan ciertas disfunciones. La mayoría presentan el tema de forma que se prima el aspecto probabilístico frente al estadístico. Este enfoque presta mucha atención al manejo de fórmulas y poco a la interpretación y, por lo tanto, al desarrollo de significados. Sin embargo, creemos que es posible un cambio en la formulación de objetivos y en la metodología de forma que se dé más importancia al desarrollo de la comprensión a través de la construcción de significados.

Empezaré con una cita de H. Freudenthal, sirva como homenaje y recuerdo de su participación en las terceras JAEM, celebradas precisamente en Zaragoza en 1983.

> La Estadística sin la referencia de los conceptos matemáticos y de la interpretación de la teoría de la probabilidad se reduce a una colección de recetas.
>
> La probabilidad separada de sus aplicaciones reales y practicada en el marco de la teoría de conjuntos o de la teoría combinatoria se transforma en un sistema matemático formal.
>
> Tenemos pues dos sistemas, uno abstracto y separado de la realidad, otro reducido a una colección de recetas de cálculo listas para rellenar con datos numéricos.
>
> Contemplados de esta forma parecen opuestos el uno del otro, pero de una forma natural son ambos complementarios. (Freudenthal, 1973).

Ha llovido mucho desde el lejano 1973 en el que Freudenthal escribió su famoso libro, que por cierto todavía no está traducido al español pero sí ha sido comentado en una larga recensión en uno de los últimos números de *SUMA* (Villarroya, 2000), algunas de sus afirmaciones son ya restos del pasado otras todavía están por venir.

La visión de la Estadística y la Probabilidad como dos ámbitos distintos del conocimiento matemático se refleja en la forma de organizar el currículo, de escribir libros de texto escolares, incluso manuales universitarios. La probabilidad parece más matemática, siempre que se acompañe de la combinatoria o del estudio teórico de las distribuciones. Por otro lado, la Estadística tiene un componente más descriptivo, menos teórico y más próximo a la realidad del hombre de la calle. Desde la década de los setenta algunas cosas han cambiado, otras permanecen. Ha cambiado el enfoque conjuntista de la teoría de la

Probabilidad, sin embargo su dependencia de la teoría combinatoria es todavía hoy mucho mayor de lo que cabría esperar.

Por otro lado la Estadística no deja de tener un fuerte componente descriptivo y de receta como señala Freudenthal en la cita anterior, a pesar de la proliferación de contextos más o menos realistas en las situaciones y problemas propuestos en los libros de texto. Los alumnos saben calcular la media, la moda y quizás algunos la mediana. Incluso me atrevo a afirmar que el orden de dificultad para los tres parámetros centrales coincide con mi enumeración. Es decir, de fácil a difícil: la media, la moda y la mediana. Una razón. Para la media hay una fórmula sencilla. Para la moda no hay fórmula pero si uno recuerda su definición no hay problema. Para la mediana hay una fórmula muy difícil de recordar y, por lo tanto, éste es el parámetro más difícil para el alumnado. Hay un procedimiento de cálculo, basado en su definición, pero la mayoría de las veces, con muestras pequeñas, sólo da un valor aproximado. El conocimiento que manifiestan los alumnos sobre los tres parámetros es de este tipo. Un conocimiento fundamentalmente de procedimiento, de algoritmo de cálculo, no se manifiesta un conocimiento sobre el uso y lo adecuado o no del mismo según la situación y el objetivo propuesto.

Reducir el conocimiento sólo a un diestro manejo de fórmulas y a la obtención de resultados exactos es un pobre objetivo de aprendizaje. Al final se tiene, como dice Freudenthal, una colección de recetas para rellenar con datos.

¿Cómo superar esa tendencia de la enseñanza centrada en el manejo algorítmico de fórmulas? Mostraré algunos ejemplos, derivados de mi experiencia personal como profesor de secundaria y como investigador interesado en utilizar las innovaciones y la investigación para mejorar el aprendizaje de mis alumnos, que tienden a superar el enfoque puramente algorítmico de la enseñanza de la estadística. Lo haré en un tema actual e innovador como es el de la inferencia estadística en el bachillerato.

Una forma natural, entre otras, en que los contenidos de estadística y probabilidad se complementan, en el sentido dado por Freudenthal, es a través de la inferencia estadística.

En primer lugar recordemos que el objetivo de la inferencia estadística es obtener información sobre un parámetro desconocido de una población a partir de un proceso de muestreo.

Primer ejemplo. Experimento

A la pregunta ¿me puedo fiar de esta moneda? seguiría de forma natural una serie de ensayos que aporten evidencia de que esa moneda en concreto es o no es una moneda equilibrada.

Tenemos pues un experimento concreto donde el número de ensayos, tamaño de la muestra, es otra cuestión que hay que decidir. No voy a jugar con esta moneda sino que haré uso de unos datos históricos. El naturalista francés Conde de Buffon se hizo la misma pregunta y lanzó una moneda 4.040 veces. Obtuvo cara en 2048 lanzamientos (Moore, 1998). ¿Era una moneda fiable?

Calculemos la proporción de caras:

$$\bar{p} = \frac{2048}{4040} \approx 0'5069$$

La proporción es ligeramente superior a 0,5 pero no muy superior. Alguien podría concluir que la moneda está lo suficientemente equilibrada, pues ha dado casi igual número de caras que de cruces. Otro podría poner objeciones a tal conclusión y se preguntaría si, con los datos suministrados por el experimento, se podría concluir que la moneda no está equilibrada.

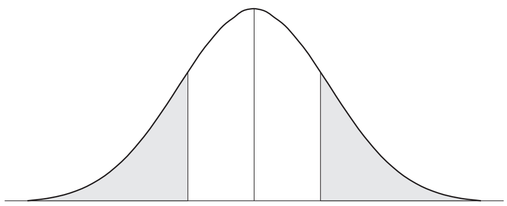
Comparemos la observación experimental con el comportamiento aleatorio equilibrado.

Con una moneda equilibrada, p = 0,5, tendríamos un experimento de Bernoulli, B(0,5, 4040) que admite una buena aproximación mediante la distribución normal

$$N\left(0{,}5;\ \sqrt{\frac{0{,}5\cdot 0{,}5}{4040}}\right)$$

Ahora disponemos de una distribución teórica, la Normal, para evaluar la desviación observada en el experimento, desviación que cuantificaremos mediante la probabilidad de obtener una proporción de caras cuyo valor quede fuera del intervalo (0,4931; 0,5069), pues tan extraño es obtener una proporción de caras igual a 0,5069 como una proporción igual a 0,4931, ambas están a la misma distancia del valor de equilibrio 0,5.

La probabilidad requerida corresponde con el área de la zona sombreada de la figura siguiente:



$$0{,}5069 = 0{,}5 + z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{0{,}5\cdot 0{,}5}{4040}}$$

De donde deducimos que $2p(z \geq z_{a/2})$ = 0,3788 (probabilidad de la zona sombreada, dos colas de la figura anterior).

¿Qué nos dice este resultado?

Una moneda equilibrada producirá (por azar) un resultado (como la del Conde de Buffon) tan alejado (o más) del esperado (0,5) aproximadamente el 38% de las veces que realicemos el experimento.

En otras palabras, para un nivel de significación α, menor que 0,3788, la moneda no presenta variaciones significativas. La probabilidad de que rechacemos la hipótesis nula, p = 0,5, siendo cierta es un poco menos del 38% (*Error de tipo I*).

Estos datos nos indican que no hemos encontrado, en el experimento realizado por el conde de Buffon, suficiente evidencia contra la hipótesis nula (p = 0,5). Luego no podemos concluir que la moneda esté equilibrada.

La prueba de significación, test bilateral, sólo indica que los resultados del experimento de Buffon no pueden distinguir esta moneda de una moneda perfectamente equilibrada.

¿Cabría la posibilidad de que la moneda utilizada no fuera equilibrada?

Estimemos, según los datos del experimento de Buffon, con una confianza del 90%, el valor de la proporción en el conjunto de la población.

El intervalo de confianza para p a un nivel de confianza del 90% es

$$(0{,}5069 - 1{,}645 \cdot 0{,}007866, \quad 0{,}5069 + 1{,}645 \cdot 0{,}007866)$$

Equivalente a

$$(0{,}4940, \quad 0{,}5198)$$

Luego cualquier hipótesis nula entre 0,4940 y 0,5198 no sería rechazada a un nivel de significación $\alpha = 0{,}10$.

Luego no sería sorprendente que la verdadera probabilidad para cara en la moneda del experimento de Buffon fuera, por ejemplo, 0,51.

El intervalo de confianza nos da, en este caso, mucha más información que el test de hipótesis.

Aunque no hayamos realizado el experimento, lanzar la moneda un número suficientemente grande de veces, tal experimento es siempre un referente importante y ha condicionado las decisiones que hemos tomado.

Lo primero ha sido *cuantificar lo extraño* o no del resultado obtenido. Tal cuantificación se realiza mediante el *contraste del resultado experimental con el mismo valor obtenido bajo una distribución teórica*. Tal contraste nos ha proporcionado el valor límite de probabilidad a partir del cual consideraríamos que el resultado es *significativo*, estadísticamente hablando, pues consideraríamos que *no ocurre por azar*. Este es el significado real de un resultado *estadísticamente significativo*. Para comprender este hecho es necesario comprender el papel que juega en el contraste el dato experimental y la distribución teórica utilizada para los cálculos.

El siguiente ejemplo que voy a relatar proviene de una experiencia de aula desarrollada por mis alumnos de bachillerato el curso 1999-00. Fue diseñado como situación de partida para introducir al alumnado en la noción de estimación estadística y en el concepto de intervalo de confianza.

Segundo ejemplo: Estimación

En el instituto, segundo de Bachillerato, Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales.

¿Cómo podríamos saber la estatura media de los alumnos de bachillerato de este instituto?

Primera restricción: No podemos tallar a todo el alumnado. Con la restricción y la discusión que sigue surge la noción de muestra.

¿Cómo elegimos la muestra?

Se proponen varios procedimientos pero ninguno insesgado. Esto sirve para aclarar el concepto de muestreo aleatorio simple: cada muestra de tamaño n tiene la misma probabilidad de ser elegida.

¿Cómo realizar un muestreo aleatorio simple?

Utilizando el registro general del instituto. A cada ficha de cada alumno se le asigna un número y luego realizamos un sorteo para elegir tantos alumnos como tamaño de la muestra hayamos decidido.

¿Qué fue lo que hicimos?

Construimos una tabla con la talla en cm de todos los alumnos de bachillerato del instituto. A cada alumno se le pidió su talla en cm y su peso en kg. Con tales datos construimos la siguiente tabla y asignamos a cada alumno un número de orden desde el 0 al 179 (durante ese curso había 180 alumnos matriculados en bachillerato). Luego les enseñe a realizar un sorteo utilizando una tabla de números aleatorios.

Los resultados:

	Media muestral	*Muestra desviación*	*Desviación estándar*
Eli	170,48	9,13	8,98
Mapi	164,00	30,85	30,37
Mercedes	171,43	7,67	7,54
Famara	170,30	8,61	8,47
Javier	171,37	7,88	7,75
Samuel	173,14	8,69	8,54
Virginia	170,94	7,86	7,74
Jonás	171,30	9,47	9,31
Alberto	171,33	8,53	8,39
Chaxi	172,46	8,14	8,00
Ricardo	169,70	7,67	7,54
Jezabel	171,27	8,87	8,72
Eva	171,06	8,50	8,36
Ghislaine	170,06	7,85	7,71
Angela	170,21	8,64	7,74
Omaira	167,86	12,09	11,89
Juan Antonio	172,07	10,04	9,87

Una intuición: La mejor estimación es *¡la media de las medias!*

El cálculo da 170,53, el valor exacto es 170,76. ¿Casualidad?

Argumento: el promedio o media aritmética de dos valores distintos equidista de ambos, cae en el centro del intervalo formado por los dos valores. Si disponemos de más valores la media caerá en el intervalo que tiene por extremos el superior y el inferior del conjunto dado. Preguntas para explorar: ¿dónde cae la media de un conjunto de valores? Representar en intervalos. Comentar.

Algunos objetan que no se puede saber con exactitud el valor de la media y que este valor estará comprendido entre dos valores: idea de intervalo para la media. Estimación mediante intervalos. Abordamos la definición de intervalo de confianza y construimos cada uno nuestro intervalo para diferentes valores de confianza.

¿Cuál es el significado de la confianza asignada a cada intervalo de forma teórica?

La siguiente tabla proporciona elementos para la comprensión del concepto de *confianza estadística*.

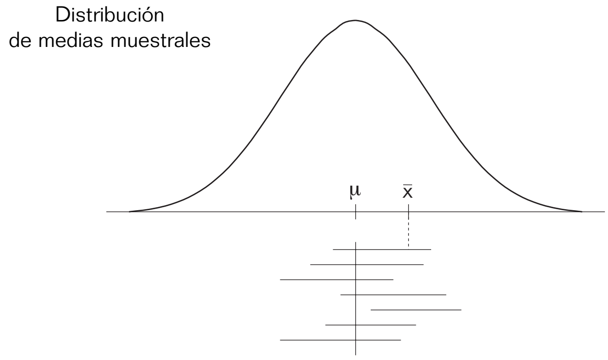
μ = 170,76						
Conf. *Efectv.*	90% *(88%)*		80% *(82%)*		75% *(76%)*	
170,48	168,06	172,90	168,59	172,37	168,82	172,14
164,00	*161,58*	*166,42*	*162,11*	*165,89*	*162,34*	*165,66*
171,43	169,01	173,85	169,54	173,32	169,77	173,09
170,30	167,88	172,72	168,41	172,19	168,64	171,96
171,37	168,95	173,79	169,48	173,26	169,71	173,03
173,14	170,72	*175,56*	*171,25*	*175,03*	*171,48*	*174,80*
170,94	168,52	173,36	169,05	172,83	169,28	172,60
171,30	168,88	173,72	169,41	173,19	169,64	172,96
171,33	168,91	173,75	169,44	173,22	169,67	172,99
172,46	170,04	174,88	170,57	174,35	*170,80*	*174,12*
169,70	167,28	172,12	167,81	171,59	168,04	171,36
171,27	168,85	173,69	169,38	173,16	169,61	172,93
171,06	168,64	173,48	169,17	172,95	169,40	172,72
170,06	167,64	172,48	168,17	171,95	168,40	171,72
170,21	167,79	172,63	168,32	172,10	168,55	171,87
167,86	*165,44*	*170,28*	*165,97*	*169,75*	*166,20*	*169,52*
172,07	169,65	174,49	170,18	173,96	170,41	173,73

Al disponer de diecisiete valores promedios de estatura correspondientes a un mismo número de muestras extraídas al azar, mediante un procedimiento aleatorio simple de muestreo, calculamos con cada estadístico una estimación intervalar para la media de la población (parámetro), según diferentes valores de confianza. En este caso hemos tomado 90, 80 y 75% de confianza. Construimos los intervalos y en ese momento les proporciono al valor de la media de la población (μ = 170,76) para que cada alumno compruebe si, tal valor, ha caído o no en el intervalo construido. Obtenemos un porcentaje efectivo del 88, 82 y 76% para los porcentajes teóricos del 90, 80 y 75% respectivamente.

La distribución de medias muestrales se aproxima a una distribución normal a medida que aumenta el tamaño de las muestras. Tal aproximación es mejor cuanto mayor es, por lo tanto, el tamaño de las muestras aleatorias extraídas de una población. Esta es la idea clave que sostiene todo el proceso de estimación por intervalos de confianza y tal idea se conoce como teorema del límite central o teorema central del límite.

Una imagen ayuda a aclarar el significado de la tabla anterior y del intervalo de confianza.

La distribución de medias muestrales (imagen de la figura) se aproxima a una distribución normal. Cada valor concreto, media de una muestra de tamaño fijado, es el centro de un intervalo definido a través de fijar la confianza requerida. Si tal confianza es del 90%, deberíamos esperar que de cada diez intervalos construidos con las medias correspondientes a diez muestras aleatorias extraídas de la población, la media de misma caiga dentro en nueve intervalos. En la práctica no se obtendrá un valor tan exacto como indica el experimento realizado, pero tales valores estarán muy próximos a los valores teóricos. Esto es lo que cabe esperar en la mayoría de las veces.



$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Clarificar los conceptos y los términos que intervienen en la expresión para obtener el intervalo de confianza requiere de la combinación de varios ámbitos de representación: numérico, gráfico y simbólico. La expresión para el cálculo del intervalo de confianza puede dejar de ser un galimatías para los alumnos si entienden que de lo que se trata es de calcular un intervalo numérico centrado en la media de la muestra y cuyo radio viene fijado por la desviación típica de la distribución normal que gobierna la distribución de medias muestrales y la confianza que deseemos y que fijamos nosotros. Esto último es una toma de decisión y como tal debemos señalar que debe de ser un objetivo más al mismo nivel que el objetivo de cálculo del intervalo.

Tercer ejemplo: Profundizando desde la polémica

Presento a mis alumnos el siguiente relato (el lector interesado en una recreación teatral de este problema puede consultar García Cruz, 2001):

El caso de los despedidos de la empresa WESTVACO

A finales de los años 80, la empresa WESTVACO procedió a una regulación de empleo. Ésta se realizó en dos fases. Después de la primera fase de la regulación, las edades de los empleados que permanecieron contratados eran:

25, 33, 35, 38, 40, 55, 55, 55, 56, 64

En la segunda fase, la empresa despidió a tres empleados de edades 55, 55, 64.
El comité de empresa argumentó que la empresa cometió discriminación por edad, en los despidos. La empresa afirmó que los tres empleados despedidos habían sido elegidos al azar y no por su edad.

Después de un tiempo necesario para adentrarse y entender la situación, observo diferentes tipos de caras en los alumnos. Algunos se sonríen. Otros manifiesta perplejidad. Algunos se aventuran con ciertas opiniones. Hay dos posturas. Los que creen que la empresa engaña al afirmar que ha realizado el despido mediante un sorteo y los que creen que la empresa ha realizado de hecho el sorteo.

Algunos argumentos:

— La muestra está formada por empleados de mayor edad. No hay ninguno joven. Eso es sospechoso.

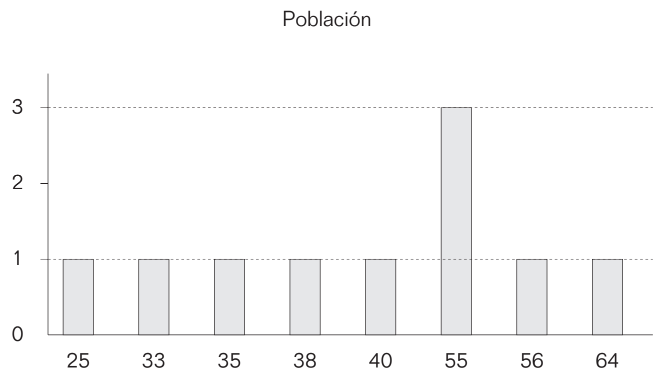
Este argumento considera que la muestra *no es representativa* de la población.

Otro argumento, éste de tipo cualitativo.

— La probabilidad de que se obtenga esa muestra es muy pequeña... luego...

Algo que tiene poca probabilidad de ocurrir... pues... ¡no puede ocurrir!

Más tarde, la discusión gira sobre la composición de la muestra.



Un argumento a favor de la empresa:

— En la población hay tres individuos con 55 años. Luego nada extraño que al elegir tres al azar, salgan dos de 55. Es el valor con más probabilidad.

Un cálculo nos dice que la probabilidad de obtener esa muestra es 3/120. Todas las muestras con dos individuos con 55 años tienen esa probabilidad. Es decir, de las muestras de tres individuos, la presentada por la empresa es de las que tiene mayor probabilidad.

A pesar de este razonamiento hay alumnos que consideran sospechosa la muestra. No se creen que la empresa haya actuado de buena fe.

Alguien sugiere que la media de la muestra elegida es muy grande. La media de los diez trabajadores es 45,6 años, mientras que la media de la muestra elegida por la empresa es de 58 años.

Pasamos a estudiar la distribución de medias muestrales.

Construimos la siguiente tabla.

Estadístico		Probabilidad	*Estadístico*		Probabilidad	*Estadístico*		Probabilidad
31,00	-2,34	*0,01*	**41,33**	-0,69	*0,27*	**48,67**	0,49	*0,68*
32,00	-2,18	*0,02*	**42,00**	-0,58	*0,29*	**49,33**	0,60	*0,71*
32,67	-2,08	*0,03*	**42,33**	-0,52	*0,31*	**49,67**	0,65	*0,73*
33,33	-1,97	*0,04*	**42,67**	-0,47	*0,36*	**50,00**	0,71	*0,76*
34,33	-1,81	*0,05*	**43,00**	-0,42	*0,38*	**50,33**	0,76	*0,78*
35,33	-1,65	*0,06*	**43,33**	-0,36	*0,41*	**50,67**	0,81	*0,81*
36,00	-1,54	*0,07*	**43,67**	-0,31	*0,42*	**51,00**	0,87	*0,82*
37,00	-1,38	*0,08*	**44,00**	-0,26	*0,43*	**51,33**	0,92	*0,84*
37,67	-1,27	*0,11*	**44,33**	-0,20	*0,45*	**51,67**	0,97	*0,85*
38,00	-1,22	*0,12*	**44,67**	-0,15	*0,46*	**52,33**	1,08	*0,88*
38,33	-1,17	*0,14*	**45,00**	-0,10	*0,49*	**52,67**	1,13	*0,88*
38,67	-1,11	*0,15*	**45,33**	-0,04	*0,52*	**53,00**	1,19	*0,91*
39,33	-1,01	*0,18*	**45,67**	0,01	*0,53*	**53,33**	1,24	*0,92*
39,67	-0,95	*0,18*	**46,33**	0,12	*0,54*	**55,00**	1,51	*0,93*
40,00	-0,90	*0,21*	**47,33**	0,28	*0,55*	**55,33**	1,56	*0,95*
40,33	-0,85	*0,22*	**47,67**	0,33	*0,58*	**58,00**	1,99	*0,98*
40,67	-0,79	*0,23*	**48,00**	0,39	*0,63*	**58,33**	2,04	*1,00*
41,00	-0,74	*0,25*	**48,33**	0,44	*0,66*			

Los números en negrita corresponden a los valores que puede tomar la media muestral de tamaño tres (*estadístico*). La distribución de medias muestrales tiene una media igual a 45,6. Los números en redonda, llamados valores críticos, corresponden a la distancia (tomando como unidad de medida la desviación típica), entre cada media muestral y el valor promedio 45,6. Los números negativos, como pueden ver, corresponden a valores menores y los positivos a mayores. Por último los números en cursiva representan la probabilidad acumulada. Es decir, para 31 (media muestral) tenemos 0,01, que es la probabilidad de extraer una muestra cuya media de edad sea igual que 31; para 32 la probabilidad es también 0,01, pero sumando las dos tenemos 0,02. Así, en la tabla, cada probabilidad corresponde a un valor de la media muestral menor o igual al número correspondiente, en negro, a la derecha. Vamos a elegir un número más avanzado de la tabla. Por ejemplo 40 (valor media muestral) corresponde una probabilidad (acumulada) de 0,21. En otras palabras, la probabilidad de extraer, al azar, una muestra cuya media sea menor o igual que 40 años es 0,21 (o también 21 de 100).

Ahora podemos formular una pregunta mucho más precisa: la media de la muestra elegida por la empresa nos parece grande, pero ¿cuán grande es? Es decir, ¿cuál es la probabilidad de que por azar se aleja una muestra cuya media sea igual o mayor que la de la muestra elegida por la empresa? La tabla tiene la respuesta: la probabilidad de que la media sea menor estrictamente que 58 años es de 0,95 o del 95%. Luego, obtener por azar una muestra cuya media de edad sea mayor o igual que 58 años es sólo del 5%. Por azar tal media ocurrirá una vez de veinte que realicemos el experimento. Poco, muy poco como para creer que la empresa haya elegido la muestra por azar.

Con este ejemplo hemos querido poner de manifiesto cómo utilizar el conocimiento estadístico para profundizar sobre nuestras intuiciones a partir de una situación aleatoria que hace que las intuiciones personales afloren. Podemos incluso formular una hipótesis explícita, aunque no sea totalmente necesario. Los alumnos toman partido por el comité o por la empresa, esa es una hipótesis implícita respecto de si la situación problema es o no diferente de lo que ocurriría de forma aleatoria. A partir de aquí, es necesario establecer un modelo que se asume representa de hecho y de forma exacta el proceso mediante el cual se obtuvieron los datos. El objetivo final es comparar el comportamiento (dato) observado con el comportamiento aleatorio y llegar a establecer alguna conclusión.

Conclusión

La estadística es la ciencia mediante la cual obtenemos información a partir de datos numéricos. El objetivo de la estadística es adquirir comprensión a partir de los datos. Los datos son números, pero no sólo números. Los datos son números contextualizados. Debido a que los datos son números contextualizados, hacer estadística significa algo más que manipular números. Ese algo más que manipular números ha sido concretado en una propuesta de instrucción (Moore, 1996).

Para Moore, y obviamente compartimos la propuesta, la enseñanza de la estadística debería articularse a partir de los procesos que constituyen la esencia de la práctica estadística:

- Proporcionar datos que suministren respuestas claras a cuestiones específicas (Producir datos).
- Uso de métodos a partir de los que extraer conclusiones fiables basadas en datos (Obtener conclusiones a partir de datos).

La propuesta, que ha sido incorporada a los últimos *estándares* (NCTM, 2000), recoge en mi opinión lo que sería el cambio deseado en la enseñanza de la estadística y la probabilidad como dominios complementarios del conocimiento, según la cita de Freudenthal con la que comencé mi ponencia.

El nuevo enfoque pondría el énfasis en la educación estadística del ciudadano como objetivo prioritario, y no sólo en el manejo más o menos diestro, pero sin sentido, de fórmulas y procedimientos estadísticos.

Espero que los tres ejemplos mostrados sirvan como modelo de lo que *es posible* frente a lo *rutinario*.

Referencias

FREUDENTHAL, H. (1973): *Mathematics as an Educational Task*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland.

GARCÍA CRUZ, J.A. (2001): «El caso de los despedidos de la empresa Westvaco», *Cuadernos del Ateneo de La Laguna*, 10, 181-187.

MOORE, D.S. (1996): *Statistic. Concepts and Controversies*, W.H. Freeman and Company, New York.

MOORE, D.S. (1998): *Estadística Aplicada Básica*, Antoni Bosh Editor. Barcelona.

NCTM (2000): *Principles and Standars for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Restos, Virginia, USA.

VILLARROYA, F. (2000): «Freudenthal es un arma cargado de futuro», (Recensión de Mathematics as an Educational Task), *Suma*, 33, 119-130.

Notas

* Universidad de La Laguna. Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton».