Forma y proporción. Visión matemática de algunas obras de arte

FRANCISCO MARTÍN CASALDERREY*

La proporción es uno de los nexos entre el arte y las matemáticas. En esta ponencia se habla de matemáticos artistas y de artistas matemáticos y se comentarán, desde un ángulo de visión matemático algunas obras de arte. Piero della Francesca, Paolo Cuello, Leonardo, los retratos de Luca Pacioli, en una presentación recurrente y espiral. Se trata de analizar en algunas obras qué hay de matemático y, por qué no, que hay de artístico en las matemáticas.

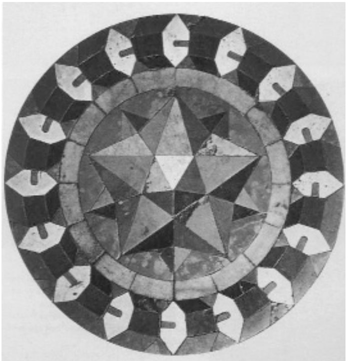
Por Renacimiento entendemos, en general, más un estilo que un periodo de tiempo, aunque para entendernos mejor dejaremos desdibujados los límites de estos términos, conservando así un cierto grado de indefinición. Hablamos aquí de *estilo* no para referirnos sólo a una forma de concebir el Arte, en sus diversas representaciones, arquitectura, escultura, pintura, música y literatura, sino como un estilo de pensamiento, un modo de concebir la naturaleza, la ciencia y el conocimiento, que se desarrolla dentro de unos límites temporales imprecisos.

El sentimiento humanista es la base ideológica del Renacimiento. El hombre pasa a ocupar un lugar central en el Universo y con él el arte, la literatura y el conocimiento de la naturaleza. Desde nuestra mentalidad vigisémica, es decir de personas nacidas en el siglo XX, no resulta fácil imaginar la mentalidad del hombre renacentista, curioso y confuso. Por una parte ávido de saber, necesitado de poner orden en lo que le rodea, de sistematizar. Amigo por tanto de escribir tratados, libros de texto para enseñar a otros. Experimentador de nuevas técnicas, de nuevas formas, de nuevos modos de ver y concebir; en palabras de Galileo Galilei *ensayador*. Pero a la vez, confuso, el hombre renacentista no se ha desembarazado aún de los miedos medievales, de las supersticiones, de los mitos pseudocientíficos. Esta dualidad, confusión y curiosidad, como dos polos de un mismo imán generan un campo de fuerzas, interno en el individuo y colectivo en el grupo, generador de movimiento. Y es que el Renacimiento es también movimiento. La humanidad se mueve y se transforma. Los seres humanos se preocupan por conocer y conocerse, por analizar y representar lo analizado.

Esa necesidad de representar lo que se analiza y de intentar que esa representación sea precisa y creativa al mismo tiempo es el punto común de todas las ciencias y todas las artes en esa época.

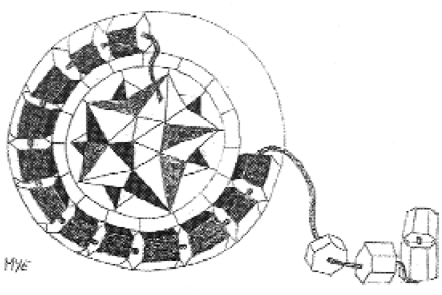
Como quien a la vuelta de un viaje muestra las imágenes captadas por su cámara a sus amigos, comentando lo que ha visto, y cómo lo ha visto, proponemos a quien nos lee que nos acompañe en un paseo. Un paseo que será imaginario, ya que lo haremos por la geografía de nuestra imaginación. Pero a la vez un paseo por *el imaginario*, entendiendo en esta ocasión que el paseo será a través de imágenes. Las observaciones, los comentarios, de las imágenes que visitemos juntos tendrán, por último un marcado sesgo matemático.

Empezaremos el paseo en la Serenísima Republica de Venecia, en medio de la plaza de San Marcos, mirando de frente la catedral. Nos disponemos a entrar en ella. Pero ojo, para no tropezar miremos el suelo que pisamos. Encontramos así la primera de las imágenes de este paseo. Se trata de un mosaico hecho de mármoles de colores. Observémoslo.



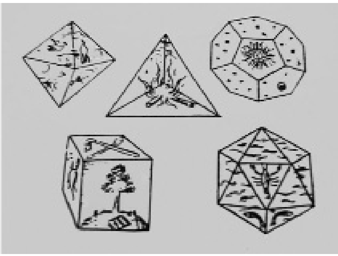
En el centro hay una estrella y alrededor de ella una curiosa guirnalda de piezas enhebradas. Se trata de dieciséis prismas de base hexagonal atravesados por un hilo o una cuerda. Pero para darnos cuenta de que son prismas hemos tenido que realizar una cierta operación mental a la que estamos hoy día tan acostumbrados que nos pasa desapercibida. Vemos la figura no a través de las distintas piezas que la forman, ni siquiera analizando el mosaico que se obtiene uniéndolas. Los colores de cada pieza proporcionan otra dimensión en sentido literal. Así, aunque sabemos que la figura es físicamente plana, la imagen que nuestro cerebro recrea es tridimensional; tiene volumen. Esto es debido a que está dibujada en perspectiva.

La perspectiva es una de las *nuevas ciencias* del Renacimiento. Volveremos más adelante sobre ella.

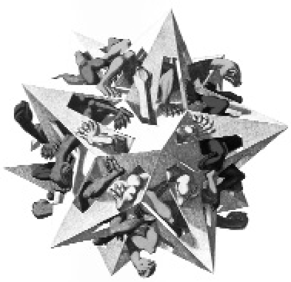


Grabado de Matteo Emmer, para el Libro, *La Venecia perfetta*, 1995

Fijémonos ahora en la estrella central del mosaico. Analicemos su forma desde un punto de vista matemático. Suprimiendo las puntas de la estrella podemos darnos cuenta de que el interior es un dodecaedro, es decir, el poliedro formado por doce caras pentagonales estudiado ya por los antiguos griegos. Una primera forma de reconstruir la figura que vemos es imaginarla como un dodecaedro al que le hemos añadido sobre cada una de las caras una especie de pirámide de base pentagonal. Pero este análisis es sólo uno de los posibles. Observemos de nuevo la imagen, prescindiendo de la pirámide central, la que parece apuntar hacia nosotros. En el primer plano tenemos una estrella de cinco puntas: el *pentagrama*, símbolo mágico de los pitagóricos. Tomando esta estrella plana de cinco puntas como elemento básico podemos darnos cuenta de que en la estrella tridimensional se repite bastantes veces. De hecho cada vez que orientemos nuestra mirada a través del eje central de una de las puntas tendremos ante nuestros ojos un pentagrama. La estrella global está formada por doce de estos pentagramas dispuestos de manera entrelazada, coincidiendo cinco de ellos en cada punta. Es nuestra estrella, por tanto, en sentido estricto un nuevo poliedro regular que hay que añadir a los cinco que conocían los clásicos y que se estudian en la escuela. Estos son los poliedros platónicos, llamados así por aparecer asociados a los *elementos* en el diálogo *Timeo*: el tetraedro, asociado al fuego, el octaedro al aire, el hexaedro a la tierra y el icosaedro al agua. El dodecaedro lo asoció al *quinto elemento*, el éter, la materia de la que están hechos los cielos.

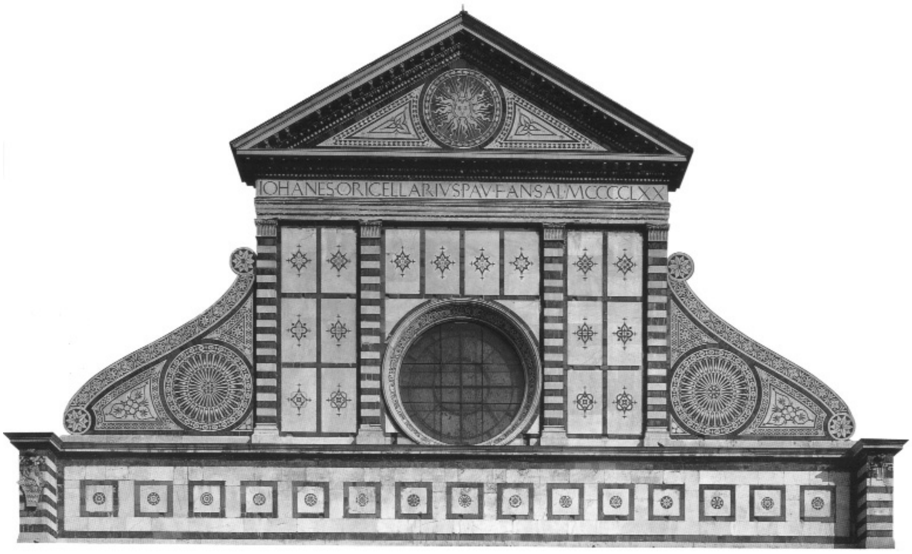


La estrella de nuestra primera imagen fue estudiada por Kepler bastante tiempo más tarde. De hecho, casi siempre se le atribuye a él la invención de esta figura. En todo caso fue Kepler, el que le dio el nombre por el que se la conoce hoy día. La llamó *Pequeño Dodecaedro Estrellado*. Mauritius Escher, dibujante del siglo XX, maestro de la perspectiva imaginaria y del engaño visual, estudió esta figura con profundidad y la dibujó en muchas ocasiones.



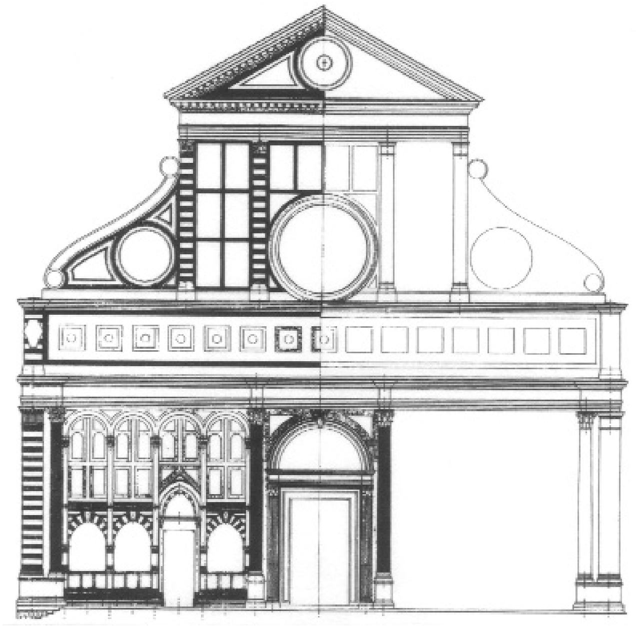
Nada hemos dicho hasta ahora del autor de esta primera imagen que hemos analizado. Se trata de Paolo Uccello (1397-1475) que realizó este mosaico alrededor de 1425. Uccello es uno de los matemáticos-artistas o artistas matemáticos a los que haremos referencia en este paseo.

Pero prosigamos el paseo y cambiemos de ciudad. Dejamos atrás Venecia y sus canales para llegar a la capital del Renacimiento italiano: Florencia, ciudad natal de Paolo Uccello. De nuevo estamos ante un templo, en este caso la iglesia de Santa María Novella. Observemos su fachada.



En esta ocasión empezaremos hablando del autor: León Battista Alberti (1404-1472). Nuevamente nos encontramos ante un artista matemático, autor de tratados en los que la matemática se pone al servicio de la pintura, del arte. Pero centremos nuestra atención en esta nueva imagen. La primera impresión que obtenemos es plana, carece de profundidad, de la tercera dimensión. Sólo el barroco, unos siglos más tarde, añadiría volumen a las fachadas de las iglesias, *movimentándolas*.

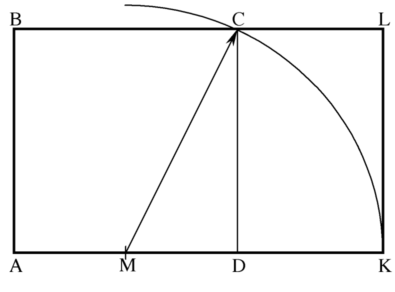
Nos encontramos ante un verdadero mosaico, aunque en realidad estemos ante la fachada de una iglesia. Fijémonos en la contradicción: antes observábamos un mosaico en el que percibíamos volúmenes; ahora observamos un edificio que aparenta ser plano. Destaca además su aspecto geométrico: círculos, triángulos, rectángulos, cuadrados, alguna línea curva, pocas. Sin embargo, la imagen total transmite una sensación de armonía, de proporción entre las partes. Aun sobre la imagen lineal del alzado de esta fachada esta impresión persiste y esto es lógico, porque, como hemos señalado, deriva de la proporción.



Los elementos de esta fachada se relacionan unos con otros en proporción áurea. La proporción de oro de los griegos, basada en el número $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$ que vale 1,618034 aproximadamente.

Un rectángulo en el que al dividir el lado mayor por el menor obtengamos como resultado Φ se denomina un rectángulo áureo. Para hacernos una idea clara de la *forma* de un rectángulo áureo podemos tomar una tarjeta de crédito, que tiene también proporción áurea. Si sujetamos la tarjeta de crédito a una cierta distancia de nuestros ojos, mirando de frente a la fachada de Santa María Novella y la acercamos o alejamos veremos que en un cierto momento los bordes de la tarjeta coinciden con algunos de los elementos de la fachada, descubriéndonos que ésta está plagada de este curios tipo de rectángulos.

Dividamos, por ejemplo, el frontón superior en dos triángulos rectángulos; cada uno de ellos es la mitad de un rectángulo de oro. Fijémonos ahora en el gran rectángulo que se encuentra justo debajo del frontón; nuevamente su proporción es áurea. En el interior de este rectángulo se pueden ver otros muchos; todos son áureos.

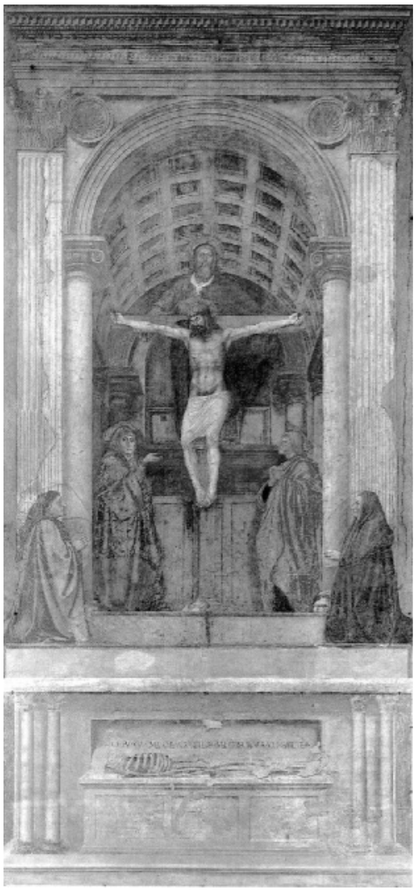


Dibujar un rectángulo áureo no es difícil. Partimos para ellos de un cuadrado, *ABCD*. Dibujamos el punto medio, M, del lado *AD*. Con un compás y con centro en *M* y radio *MC* trazamos un arco de circunferencia que cortará a la prolongación del lado *AB* en *K*. Formemos un rectángulo que tenga tres de sus vértices en *B*, *A* y *K*. Obtenemos así el rectángulo *ABLK* es áureo.

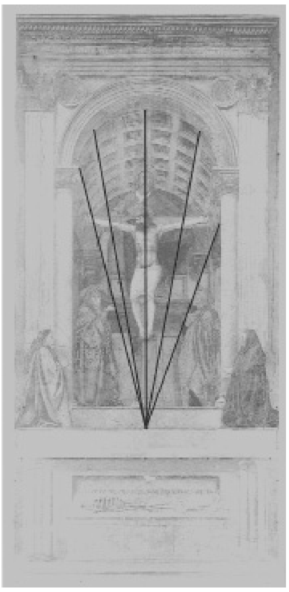
El rectángulo áureo está íntimamente ligado al número $\sqrt{5}$.La composición de la fachada de Santa María Novella, no obstante, usa también otras proporciones basadas en el cuadrado y asociadas, por tanto, al número $\sqrt{2}$. Pero su belleza, sin duda, deriva de la proporción matemática, geométrica, de sus elementos.

Atravesemos la puerta para visitar el interior de esta iglesia. En un lateral encontramos la siguiente imagen de nuestro paseo. Se trata de un fresco titulado La Trinità (1427), obra de Masaccio (1401 c.-1428). Fue ésta la última obra de su autor. Observemos la imagen.

Lo primero que nos llama la atención es el título, la Trinidad. En la imagen aparece Cristo crucificado, aparece Dios Padre, pero el Espíritu Santo, al menos en su representación más común en forma de paloma, no aparece por ninguna parte. Quizá esté sólo presente en espíritu.



La imagen se divide en tres planos paralelos al plano mismo de la pintura. En el más cercano se encuentran, de rodillas, los donantes, un hombre y una mujer, que son quienes encargaron y pagaron la obra. Él viste una saya roja y cubre su cabeza con un tocado, parecido a un turbante, típico de los nobles florentinos. Ella está cubierta con una gran capa azul oscura, que le cubre desde la cabeza hasta los pies. Ambos se encuentran fuera del arco que encuadra a los demás personajes y que sirve de marco para el resto de la escena. En el segundo plano se sitúan los tres personajes coetáneos de Cristo, San Juan Evangelista, María, ambos de pie, y el mismo Cristo, en la cruz. San Juan viste de rojo y María, de azul, como es habitual en la iconografía sagrada. Observemos que la distribución de colores del que hemos llamado primer plano –el donante a la izquierda en rojo, su mujer , a la derecha de azul– es simétrica especularmente en este segundo plano –María, de azul, a la izquierda, San Juan, de rojo, a la derecha. Todavía tenemos un tercer plano más al fondo. En él está Dios Padre, también de pie, pero más en alto, sobre una repisa que se alza detrás de la cruz, a la altura de los ojos de María y Juan. Desde él, extendiendo ambos brazos sujeta la cruz. Va vestido con una saya roja sobre la que lleva una capa azul; de esta manera uno de sus hombros, el izquierdo, aparece en color rojo, el otro, el derecho, en color azul. Nuevamente la alternancia de colores enfrentados. Si unimos en la imagen las figuras en rojo y las figuras en azul, obtenemos una doble *z* entrelazada.



Los tres planos descritos quedan subrayados por este particular uso alternado del color. Pero éste no es el único factor que contribuye a señalar planos de la escena. Se aprecia en esta obra también un eje temporal. Los donantes, en el primer plano, son contemporáneos del autor, son por tanto personajes del siglo XV. El segundo plano, el de la crucifixión, marca un momento temporal distinto, el de la vida y muerte de Cristo. Dios Padre, al fondo, suspendido en el espacio, queda situado en un plano suspendido en el tiempo, indefinido, de algún modo atemporal, aunque sus manos trasciendan ese plano, lo atraviesen y emerjan bajo la cruz, sujetándola.

Imaginémonos ahora a nosotros mismos como espectadores que contemplamos el cuadro, paseando por la iglesia de Santa María Novella. Sí, nosotros constituimos el cuarto plano, en un cuarto momento temporal. Nos encontramos fuera del espacio representado en la imagen, geométricamente delante de los donantes y fuera también de los tiempos representados en la escena, en nuestro presente, en el siglo XXI.

Observemos también la luz en este cuadro. Los donantes se hallan fuera del arco y están bastante iluminados, sus ropas brillan. Los personajes del segundo plano se encuentran bajo el intradós del arco. La luz disminuye y las sombras juegan su papel dibujando volúmenes en los pliegues de sus vestidos y en sus rostros. El tercer plano se pierde al fondo, la luz que llega hasta él es mucho menor; todo se oscurece y desdibuja.

Por ultimo, observemos la arquitectura representada en esta imagen. Hemos hablado ya del arco, que se apoya sobre dos columnas con capiteles jónicos. A los lados hay dos pilares estriados, rematados por capiteles corintios. Otro arco, similar al primero y paralelo a él, se distingue al fondo. Entre ambos, se extiende, nuevamente en profundidad, una bóveda de cañón decorada con casetones. Todo ello está dibujado cuidadosamente en perspectiva. Esta obra es históricamente la primera representación en perspectiva realizada de una manera matemática.

Las líneas de la imagen confluyen todas en un único punto, el *punto de fuga*, que se encuentra en los pies de la cruz. Matemáticamente el punto de fuga se debe situar en la *línea del horizonte* y como el *horizonte* es lo que se encuentra en la horizontal de nuestra visión, este punto se ha de situar a la altura de los ojos del espectador que se pasea por la nave de la iglesia, como efectivamente sucede. El eje espacial, cercano-lejano, geométricamente definido por la perspectiva, subraya así, de nuevo, el eje temporal, más cercano en el tiempo-más alejado, el eje de la composición en planos, el eje, por último, de la luz iluminado-oscuro.

Pero en el espacio de tres dimensiones hay tres ejes y hasta ahora sólo hemos hablado de uno. Analicemos ahora brevemente los otros. El eje vertical viene subrayado por la simetría de la imagen; es el eje de simetría de la cruz, del rostro del Padre, el eje que hace simétricas en su disposición las figuras de los donantes, la de María y Juan. Este eje junto con el primero que comentamos, definen un plano que es el de simetría de la bóveda, de los arcos, de la arquitectura toda representada en esta obra. Por último, el horizontal viene remarcado de muchas maneras y escalona la imagen en un sentido ascendente: la línea del suelo sobre la que se arrodillan los donantes, la del suelo de la escena de la cruz, la de la repisa sobre la que se apoya la figura del padre, la de los brazos de Cristo y los de la cruz, la de los capiteles de las columnas que sostienen el arco.

El último elemento compositivo que señalaremos es también un elemento geométrico: el triángulo. Las cabezas de los donantes junto con la del Padre definen un triángulo más o menos equilátero. Otro triángulo equilátero tiene sus vértices en la cabeza de Cristo y las de la Virgen y San Juan. Por último, las manos de Cristo y sus pies forman un tercer triángulo, esta vez con el vértice hacia abajo, enfatizado por los brazos horizontales de la cruz.

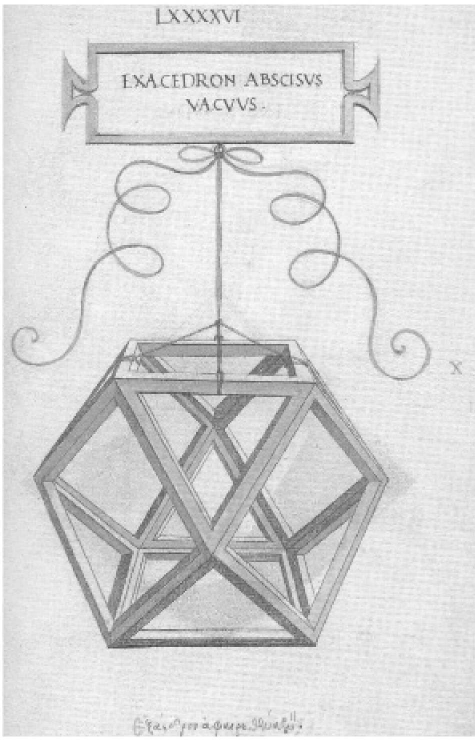
De la geometría en el arte, pasemos ahora al arte en la geometría, introduciendo así la siguiente imagen que visitaremos en nuestro paseo. Se trata de una ilustración para un libro y la hizo Leonardo da Vinci.

El autor del libro era un amigo suyo, Luca Pacioli (c. 1445-1517), fraile franciscano y matemático, famoso autor de un libro que pretendía ser el compendio de todas las matemáticas de la época, al que tituló *Suma aritmética, geométrica, de propociones y proporcionalidad*.

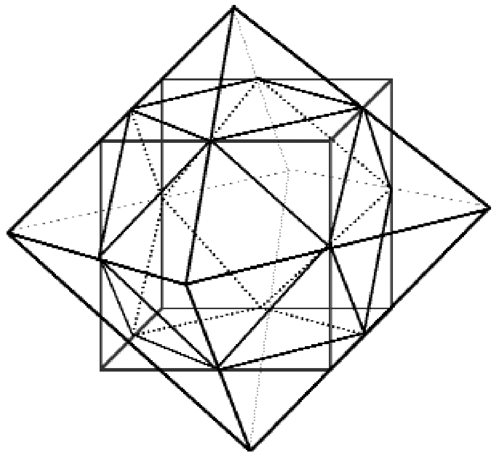
Pero el libro en el que aparece la imagen que contemplamos es otro. Se titula *La divina proporción*, que es el nombre con el que este fraile denominaba a la proporción de oro, de la que ya hemos hablado. En este libro habla de las maravillas casi místicas del número Φ, y de su presencia en los poliedros regulares y en algunos otros objetos. Dado el tema del libro, *fra* Luca necesitó figuras para que el lector pudiera seguir sus explicaciones. Amigo de Leonardo, con el que había compartido muchas conversaciones sobre arte y matemáticas, y un viaje -—en el que por cierto se alojaron en casa de León Battista Alberti– encargó a éste las ilustraciones.

Leonardo hizo los dibujos probablemente «del natural», es decir mirando las figuras geométricas que el mismo *fra* Luca había construido y que le acompañaban en sus viajes. Esto lo podemos deducir de los hilos de los que penden las figuras y que dan este aspecto realista bastante alejado de lo puramente geométrico.

En el rótulo superior podemos leer el nombre dado por Pacioli a este poliedro: EXAEDRON ABSCISVS VACVVS, es decir, hexaedro truncado vacío. Esto nos da una idea de cómo se puede generar esta figura. Partimos de un hexaedro o cubo. Observando un vértice, vemos que de él parten tres aristas. Los puntos medios de estas tres aristas definen un plano. Trunquemos el cubo siguiendo ese plano, es decir, cortemos la punta por un plano



que pase por los tres citados puntos. El corte nos definirá un triángulo. Debemos repetir esta operación para cada uno de los ocho vértices del cubo, obteniendo, por tanto, ocho triángulos, uno por cada uno de los vértices. Pero al realizar estos cortes las antiguas caras del cubo se transforman. Originalmente eran cuadrados. Al trazar las líneas que unen los puntos medios de cada lado obtenemos nuevamente cuadrados, aunque más pequeños y girados con respecto a los originales 45°. En resumen, por cada vértice del cubo hemos creado un triángulo y cada cara del cubo se ha transformado en un nuevo cuadrado.



Tenemos por tanto una figura formada por 14 caras, 8 triángulos equiláteros y 6 cuadrados.

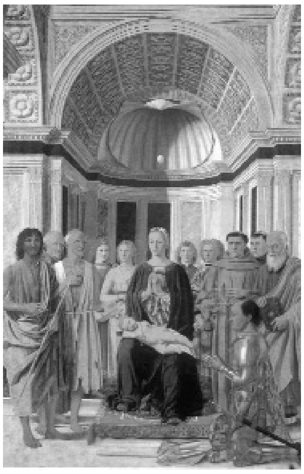
El número de vértices es también fácil de contar: hay un vértice por cada lado del antiguo cubo, es decir, nuestra figura tiene 12 vértices. En cuanto al número de aristas, lo podemos deducir de la famosa fórmula de Euler, que afirma que el número de caras más el de vértices es igual al de aristas más dos. Tenemos 14 caras y 12 vértices, lo que hacen 26; restándole a 26 dos obtenemos 24 que es el número de las aristas.

El proceso generativo que hemos seguido para crear la figura podríamos haberlo hecho partiendo de un octaedro (poliedro regular con 8 caras triángulares), cortando, también en este caso, las puntas por planos que unen los puntos medios de cada lado. Nuestra figura es por tanto un híbrido entre el cubo y el octaedro. De hecho, es la parte común a un cubo y un octaedro concéntricos en los que los puntos medios de las aristas coincidan. Kepler lo llamo *cuboctaedro*, señalando esta bivalencia.

El autor de *La divina proporción*, como se verá más adelante, justificará el salto que estamos a punto de dar hasta Milán para contemplar nuestra siguiente imagen. Se trata de la *Pala de Brera*, obra de Piero della Francesca (1416-1492), pintor, tratadista de pintura y matemático autor varios libros sobre geometría, aritmética y perspectiva. Realmente el viaje a la búsqueda de esta nueva imagen nos debiera haber llevado a Urbino, el ducado gobernado por los Montefeltro en los finales del siglo XV, época en la que esta obra fue pintada, pero los designios del destino hicieron que en la actualidad para contemplarla tengamos que ir a la pinacoteca de Brera, en Milán.

Desde el punto de vista de la composición esta obra tiene muchos puntos en común con la Trinità de Masaccio. Nuevamente tenemos varios planos compositivos, el del donante, Federigo de Montefeltro, duque de Urbino, mecenas del arte y de la ciencia en su ducado. Aparece vestido digamos de domingo, es decir, con su mejor y más brillante armadura, arrodillado, de perfil, en postura orante. En un segundo plano, dispuestos de manera simétrica con respecto al eje vertical, aparecen la Virgen, con el Niño sobre las rodillas y seis personajes que representan a otros tantos santos, tres a cada lado.

La simetría viene subrayada por infinidad de detalles: desde el gesto de las manos de la Virgen, hasta la disposición de los tres personajes situados a cada lado. Incluso las posturas de las manos de estos están dispuestas a uno y otro lado de manera mas o menos simétrica. Lo único que rompe esa simetría es la figura del Niño, convirtiéndolo de este modo en foco de atención y centro, no sólo geométrico, del cuadro: toda la escena sucede y se desarrolla a su alrededor.



Un tercer plano esta constituido por otros cuatro personajes, intercalados en el eje horizontal entre los otros, en dos grupos de dos, de manera simétrica también con respecto al eje vertical. Se trata de ángeles. Observemos sus caras y comparémoslas con la de los seis santos a los lados en el plano anterior. Mientras unas son realistas y parecen retratos reales de personajes reales, las de los ángeles resultan increíbles en el más literal sentido de la palabra. Podemos habernos cruzado por la calle con personas con rostros similares a los de los seis santos de este cuadro. Basta imaginarlos vestidos con ropa actual y podemos imaginarlos subidos en el autobús que nos lleva a clase por las mañanas. Sin embargo los ángeles no. No hay rostros reales como esos.

Nuevamente el eje transversal del cuadro, los distintos planos perpendiculares a él, definen una dimensión no sólo física sino también simbólica, subrayada otra vez por la arquitectura de la bóveda, por la perspectiva. Del plano real en el que nos situamos como espectadores vivos ante el cuadro, podemos movernos en profundidad y, pasando por el plano de Federigo de Montefeltro, el de los Santos, personajes reales que vivieron, pero que en su indumentaria recogen ya elementos simbólicos que los identifican, llegar hasta el de los ángeles, personajes místicos, irreales, de formas arquetipificadas. Un eje por tanto que se mueve de lo real a lo irreal, de la realidad tridimensional a lo etéreo de los cielos.

Si miramos hacia el fondo, en alto, nos encontramos con el otro centro de atención, un huevo de avestruz colgado de una cadena, suspendido en medio de la escena sobre las cabezas de nuestros personajes. Un huevo que pende de una concha que sirve de unión entre la bóveda y la exedra absidial del fondo de la capilla. No cabe duda de que ambas cosas, el huevo y la concha tienen un carácter simbólico, probablemente de nacimiento, de nueva vida. En 1472, año en el que Piero comenzó a pintar este cuadro, había nacido Guidobaldo de Montefeltro, único hijo de Federigo. El nacimiento de Cristo se pone por tanto en relación con el del heredero de la casa de los Montelfeltro.

La luz entra a través de la nave transversal, que intuimos en la geometría de las bóvedas, por la izquierda y desde el frente hacia el fondo. Observemos la perfección y la finura de la sombra del arco sobre la superficie estriada de la concha, la iluminación del huevo que define su volumen. Piero domina la perspectiva y usa la luz para subrayarla dando profundidad a la escena: Federigo, arrodillado en el primer plano, recibe poca luz; los otros planos en los que se sitúan los personajes quedan más iluminados cuanto más al fondo se disponen en la escena.

Cuando afirmábamos que los personajes de los santos parecen retratos jugábamos con la ventaja de quien oculta parte de la información que posee. Della Francesca debió de usar algunos de sus amigos como modelos para este cuadro. De hecho, del grupo de tres de la derecha, el del centro, San Pedro Mártir, tiene los rasgos de un personaje del que ya hemos hablado: Fra Luca Pacioli. Piero, que había nacido en la misma ciudad que Pacioli, en Sansepolcro, había sido uno de los maestros de *fra* Luca en su infancia y le había enseñado sin duda algunos elementos de matemáticas.

Y puesto que de enseñar matemáticas estamos hablando, demos un nuevo salto esta vez a Nápoles, para ver en el Museo de Capodimonte la siguiente imagen de nuestro paseo. El autor de este nuevo cuadro es desconocido, aunque se atribuye a un tal J. Barbari.

Se trata de una clase de matemáticas, de geometría para ser precisos. El maestro es fra Luca Pacioli nuevamente. El alumno Guidobaldo de Montefeltro, el hijo de Federigo, cuyo nacimiento había sido celebrado en la imagen anterior. El cuadro está lleno de simbología matemática: delante de Pacioli, sobre la mesa, aparece una pizarra con un dibujo geométrico. Al lado hay un trozo de tiza. A la derecha, encuadernado en rojo, hay un libro. Se trata de la *Summa arithmetica* del propio Pacioli. Sobre este libro hay un dodecaedro. A la izquierda, suspendido en el aire hay otro poliedro de vidrio, se trata de un *rombicuboctaedro*, otro de los trece poliedros semirregulares estudiados por Arquímedes. Está lleno de agua hasta la mitad. Le falta la cara superior y a través de ese hueco entra en su interior el cable que lo sostiene y que está anclado a una anilla en la cara opuesta, la inferior. Nuevamente los poliedros como motivo repetido en nuestro paseo renacentista. La mano izquierda de Pacioli esta apoyada sobre un libro abierto; es un ejemplar de los *Elementos* de Euclides. La derecha sujeta una varilla con la que señala en la pizarra. Sobre la mesa hay también un compás y una escuadra. La austeridad del hábito franciscano de Pacioli contrasta con la riqueza de las ropas de Guidobaldo. La mirada del joven, atenta hasta hace un momento a las explicaciones de su maestro, se dirige ahora hacia el espectador, como si de una fotografía instantánea se tratase. Es una clase particular la que el maestro da al joven noble. La pizarra, en contraste con lo que sucede en nuestras aulas, puede por ello situarse en el plano horizontal, ya que sólo debe ser observada por una persona.

Encontramos también aquí tres planos paralelos al del cuadro: el de los objetos de la mesa, el de fra Luca y el de Guidobaldo, que se encuentra ligeramente detrás de su maestro. De nuevo encontramos los efectos de luz, que entrando por la izquierda, ilumina los objetos, los rostros, pero mantiene oscuro el fondo; y nuevamente la perspectiva, en este caso observable en la pizarra, en el libro, en la misma mesa del primer plano, en los poliedros.

Nuestro paseo se acerca ya al final. Nuestra última etapa nos llevará de nuevo al norte de Italia, a Bolonia. La imagen que allí nos espera no es un cuadro, no es tampoco una figura geométrica. Se trata de una fórmula algebraica, pero como observaremos, no por ello carece de belleza. En nuestro lenguaje actual la podemos escribir así:

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

y es la fórmula para resolver las ecuaciones de tercer grado de la forma

$$x^3 + px = q$$

el gran avance de la matemática renacentista.

Como podemos observar es bastante más compleja que la fórmula de resolución de la ecuación de segundo grado, la conocida

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

y la podemos considerar como una auténtica obra de arte.

Su autor es un matemático prácticamente desconocido llamado Scipione del Ferro (1465-1526), que la descubrió en torno a 1505 y la mantuvo en secreto durante años, como arma con la que defenderse de posibles enemigos académicos, que lo podían desafiar a debates públicos. Posteriormente fue redescubierta por Niccolò Tartaglia (1500 c.-1557), matemático nacido en la ciudad de Brescia, que la usó en una disputa pública a la que fue desafiado en Venecia.

El desafío era un rito bastante habitual en esa época. En este caso se trataba de una especie de apuesta entre los dos contrincantes. Cada uno debía resolver, en un cierto plazo de tiempo, treinta problemas formulados por el otro. La apuesta era una comida que el perdedor debía pagar al ganador y a sus amigos, pudiendo acudir tantos amigos como problemas hubiera resuelto correctamente el ganador. El público a su vez cruzaba apuestas sobre cuál de los contrincantes sería el ganador. Pocos días antes de que se acabara el plazo, Tartaglia, sometido a una fuerte presión psicológica, redescubrió la fórmula de la ecuación de tercer grado y pudo resolver todos los problemas que su taimado contrincante le había puesto. Se convirtió así en un personaje famoso y admirado. No obstante también él decidió mantener su fórmula en secreto.

Gerolamo Cardano, médico milanés y también matemático, rogó y rogó a Tartaglia hasta conseguir que éste le desvelara su misteriosa fórmula, jurando no revelarla a nadie. No obstante Cardano, valiéndose de una argucia que le permitió saltarse su propio juramento, la publicó en su libro *Ars Magna*, por lo que nuestra última imagen lleva por título *Fórmula de Cardano*.

Con ella terminamos este efímero paseo matemático por el imaginario renacentista. El lector que quiera ir más allá deberá emprender su propio viaje, construir su propia y personal colección de imágenes, quizás estas líneas le ayuden a captar lo que de matemático tiene el arte y, por qué no, lo que de artístico tienen las matemáticas.

Notas

* Inspección, Madrid. Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas «Emma Castelnuovo».